08年度　ミクロ経済学初級I　練習問題2　解答

石橋 孝次

2. 消費者行動

1. (a) $MU_1 = \frac{1}{3}x_1{}^{-\frac{2}{3}}x_2{}^{\frac{2}{3}}$,　$MU_2 = \frac{2}{3}x_1{}^{\frac{1}{3}}x_2{}^{-\frac{1}{3}}$.

(b) $\partial(MU_1)/\partial x_1 = \partial^2 u/\partial x_1^2 = -\frac{2}{9}x_1{}^{-\frac{5}{3}}x_2{}^{\frac{2}{3}} < 0$, $\partial(MU_2)/\partial x_2 = \partial^2 u/\partial x_2^2 = -\frac{2}{9}x_1{}^{\frac{1}{3}}x_2{}^{-\frac{4}{3}} < 0$ より、成立する。

(c) $MRS_{12} = MU_1/MU_2 = \frac{1}{3}x_1{}^{-\frac{2}{3}}x_2{}^{\frac{2}{3}}/\frac{2}{3}x_1{}^{\frac{1}{3}}x_2{}^{-\frac{1}{3}} = \frac{x_2}{2x_1}$.

(d) x_1 が増加して x_2 が減少すれば MRS_{12} は小さくなるから、成立する。

2. (a) 予算制約式は $p_1x_1 + p_2x_2 = M$.

(b) 第1財の第2財に対する限界代替率は

$$MRS_{12} = -\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{\alpha x_1^{\alpha-1}x_2^{\beta}}{\beta x_1^{\alpha}x_2^{\beta-1}} = \frac{\alpha x_2}{\beta x_1}.$$

(c) 効用最大化の条件は、

$$\frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{p_1}{p_2}$$

である。よって $x_2 = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2}x_1$ となるから、これを予算制約式に代入すると、第1財の需要関数

$$x_1(p_1, p_2, M) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_1}$$

が導出される。さらにこれを $x_2 = \frac{\beta p_1}{\alpha p_2}x_1$ に代入すると、第2財の需要関数

$$x_2(p_1, p_2, M) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_2}$$

が得られる。(ここでは x_1 は p_2 に、x_2 は p_1 に依存しないことに注意せよ。)

(d) p_1, p_2, M がそれぞれ $t > 0$ 倍になったとき、

$$x_1(tp_1, tp_2, tM) = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{tM}{tp_1} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_1} = x_1(p_1, p_2, M)$$

および

$$x_2(tp_1, tp_2, tM) = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{tM}{tp_2} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}\frac{M}{p_2} = x_2(p_1, p_2, M)$$

が成立するから、各財の需要関数は0次同次である。

(e) 第 1 財の需要関数 $x_1(p_1, p_2, M)$ を p_1 について偏微分すると

$$\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = -\frac{\alpha}{\alpha+\beta}\frac{M}{{p_1}^2} < 0$$

となるからギッフェン財ではない。

(f) 第 1 財の需要関数 $x_1(p_1, p_2, M)$ を M について偏微分すると

$$\frac{\partial x_1}{\partial M} = \frac{\alpha}{(\alpha+\beta)p_1} > 0$$

となるから上級財である。

(g) 第 1 財の需要の価格弾力性と所得弾力性は、それぞれ

$$-\frac{p_1}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial p_1} = 1, \quad \frac{M}{x_1}\frac{\partial x_1}{\partial M} = 1$$

となる。

(h) (c) の結果から、

$$\frac{p_1 x_1}{M} = \frac{\alpha}{\alpha+\beta}, \quad \frac{p_2 x_2}{M} = \frac{\beta}{\alpha+\beta}$$

となり、それぞれの財への支出割合は一定となる。

3. 授業で説明したので省略。

4. (a) 予算制約式は $px = wL + \pi \;\Leftrightarrow px + wl = w\overline{L} + \pi.$

(b) 余暇 l の消費財 x に対する限界代替率は

$$MRS_{lx} = -\frac{dx}{dl} = \frac{x}{l}.$$

(c) 効用最大化の条件は、限界代替率と予算線の傾きの絶対値が一致することだから、

$$\frac{x}{l} = \frac{w}{p} \quad \Longleftrightarrow \quad x = \frac{wl}{p}$$

が成り立つ。これを (a) の予算制約式に代入すると、余暇の需要関数

$$l = \frac{\overline{L}}{2} + \frac{\pi}{2w}$$

が導出される。さらにこれを $x = \frac{wl}{p}$ に代入すると、消費財の需要関数

$$x = \frac{1}{2p}(w\overline{L} + \pi)$$

が得られる。

(d) $L = \overline{L} - l$ より、労働供給関数は

$$L = \frac{\overline{L}}{2} - \frac{\pi}{2w}$$

となる。

(e) 労働供給関数は賃金率 w の増加関数、すなわち w が上昇すれば労働供給 L は増加する。また、$\pi = 0$ のときには労働供給関数は $L = \frac{\overline{L}}{2}$ となり、これは賃金率 w には依存しない。つまり、どんな賃金率でも同じ量の労働供給を行う。

5. (a) 予算制約式は、

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = M_1 + \frac{M_2}{1+r}.$$

(b) 効用最大化の条件は、限界代替率 MRS_{12} と予算線の傾き $1+r$ が一致することだから、

$$MRS_{12} = \frac{\frac{\partial U}{\partial C_1}}{\frac{\partial U}{\partial C_2}} = \frac{\frac{1}{C_1}}{\frac{\delta}{C_2}} = \frac{C_2}{\delta C_1} = 1 + r$$

となる。

(c) (b) の条件から $C_2 = (1+r)\delta C_1$ となり、これを予算制約式に代入すると

$$C_1^* = \frac{1}{1+\delta}\left(M_1 + \frac{M_2}{1+r}\right)$$

が得られ、さらにこれを $C_2 = (1+r)\delta C_1$ に代入すると

$$C_2^* = \frac{\delta(1+r)}{1+\delta}\left(M_1 + \frac{M_2}{1+r}\right)$$

が得られる。したがって、$\delta(1+r) > 1 \Leftrightarrow \delta > 1/(1+r)$ のとき $C_1^* < C_2^*$ となり、$\delta(1+r) < 1 \Leftrightarrow \delta < 1/(1+r)$ のとき $C_1^* > C_2^*$ となる。